

L'amplificateur opérationnel mode tension

Table des matières

1	L'amplificateur opérationnel idéal	3
1.1	Définition	3
1.2	Modélisations	3
1.3	Deux exemples typiques d'utilisation	4
1.3.1	Montage non-inverseur	4
1.3.2	Montage inverseur	5
2	L'amplificateur opérationnel réel	5
2.1	Spécifications statiques	6
2.1.1	L'excursion maximum de la tension de mode commun d'entrée	6
2.1.2	L'excursion maximum du signal de sortie	6
2.1.3	La tension de décalage	6
2.1.4	Les courants de polarisation et de décalage	7
2.2	Spécifications dynamiques petit signal	7
2.2.1	Le gain de mode différentiel	7
2.2.2	Le gain de mode commun	7
2.2.3	La réjection des alimentations	8
2.2.4	La fréquence de transition et la marge de phase	8
2.2.5	Les résistances d'entrée	8
2.2.6	Les capacités d'entrée	8
2.2.7	La résistance de sortie	8
2.2.8	La capacité de sortie	8
2.3	Le bruit	9
2.4	Spécification dynamique grand signal : le slew-rate	9
2.5	Interdépendance des gains parasites	10
3	L'amplificateur opérationnel à sortie différentielle	10
4	Stabilité en boucle fermée	11
4.1	Stabilité en terme de diagramme de Bode	11
4.2	Amplificateur à un pôle	13
4.3	Amplificateur à deux pôles	13
4.3.1	Réponse fréquentielle et temporelle	13
4.3.2	Temps d'établissement	15
4.4	Stabilité en terme de marge de phase	16
4.5	Influence d'un doublet pôle-zéro sur le temp d'établissement	17
5	La compensation	18
5.1	Le principe	18
5.2	Dispositifs à un nœud haute impédance	19
5.3	Dispositifs à deux nœuds haute impédance	19
5.3.1	Compensation purement capacitive	19
5.3.2	Compensation par dipôle RC	21

5.3.3 Compensation active par suiveur de courant 23
5.3.4 Caractéristiques des circuits à deux nœuds haute impédance et compensation par effet

1 L'amplificateur opérationnel idéal

1.1 Définition

C'est un dispositif actif banalisé permettant la réalisation de la plupart des fonctions analogiques linéaires ou non-linéaires par l'intermédiaire d'un réseau de réaction composé d'éléments passifs ou éventuellement actifs. Sa facilité d'utilisation en fait un dispositif essentiel de l'électronique analogique. Dans sa version non-différentielle l'amplificateur opérationnel mode tension (AOP) est représenté symboliquement par le schéma fonctionnel de la *figure 1*.

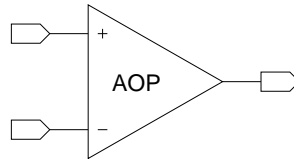


FIGURE 1 –

Symbole de l'AOP idéal

1.2 Modélisations

Conceptuellement un amplificateur opérationnel mode tension est un transducteur tension/tension (amplificateur de tension) idéal, c'est à dire avec une impédance d'entrée infinie, une impédance de sortie nulle, et possédant un gain en tension infini. Il est ainsi directement modélisable par le modèle source de tension de la *figure 2*.

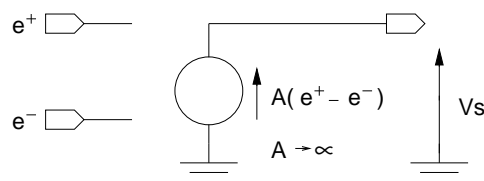


FIGURE 2 –

Modèle source de tension de l'AOP idéal

En terme de théorie des réseaux électriques, en régime linéaire, la tension de sortie étant structurellement bornée c'est à dire imposée par les composants du réseau dans lequel l'AOP est inséré, on est conduit à écrire pour l'entrée et la sortie les relations pathologiques (physiquement non réalisables)

$$v_1 = e^+ - e^- = 0 \quad \text{et} \quad i_1 = 0$$

et

$$v_2 \text{ arbitraire et } i_2 \text{ arbitraire.}$$

L'amplificateur opérationnel est ainsi modélisable par le modèle [nullor](#) de la *figure 3*.

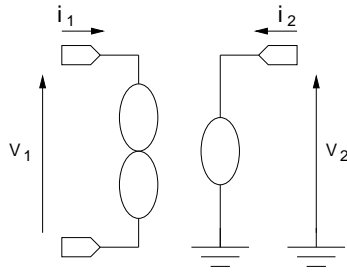


FIGURE 3 –

Modèle nullor de l'AOP idéal

1.3 Deux exemples typiques d'utilisation

1.3.1 Montage non-inverseur

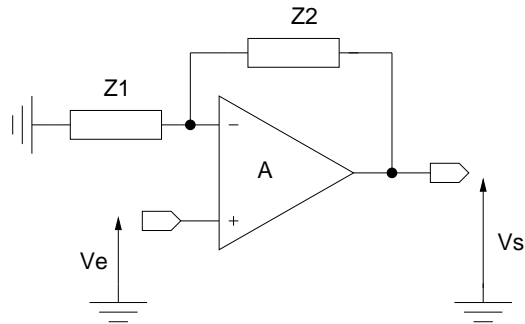


FIGURE 4 –

Montage non-inverseur

En considérant le circuit de la *figure 4*, avec

$$e^- = \frac{Vs Y_2}{Y_1 + Y_2}$$

et

$$e^+ = Ve$$

le modèle source de tension avec

$$Vs = A(e^+ - e^-)$$

permet d'écrire avec $A \rightarrow \infty$

$$\frac{Vs}{Ve} = \frac{A}{1 + A \frac{Y_2}{Y_1 + Y_2}} = 1 + \frac{Z_2}{Z_1}.$$

On notera que le modèle nullor avec $e^+ = e^-$ soit

$$Ve = \frac{Vs Y_2}{Y_1 + Y_2}$$

conduit directement à l'expression de la fonction de transfert.

1.3.2 Montage inverseur

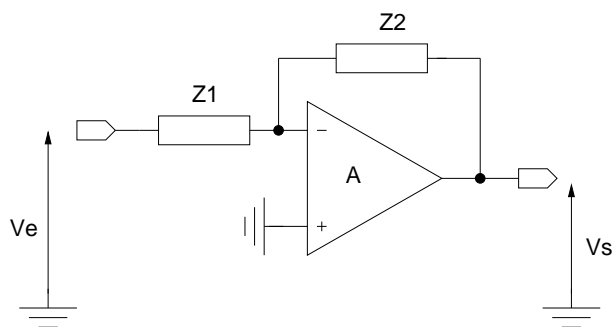


FIGURE 5 –

Montage inverseur

En considérant le circuit de la *figure 5*, avec

$$e^- = \frac{Vs Y_2 + Ve Y_1}{Y_1 + Y_2}$$

et

$$e^+ = 0$$

le modèle source de tension avec

$$Vs = A(e^+ - e^-)$$

permet d'écrire avec $A \rightarrow \infty$

$$\frac{Vs}{Ve} = \frac{-A \frac{Y_1}{Y_1 + Y_2}}{1 + (-A \frac{Y_1}{Y_1 + Y_2})(-\frac{Y_2}{Y_1})} = -\frac{Z_2}{Z_1}$$

On notera que le modèle nullor avec $e^+ = e^- = 0$ (principe dit de "la masse virtuelle") conduit directement à l'expression de la fonction de transfert.

2 L'amplificateur opérationnel réel

Si on considère l'amplificateur opérationnel physiquement réalisable de la *figure 6*, avec son circuit d'alimentation, il peut être considéré comme un hexapôle régi électriquement par le jeu d'équations grand signal

$$Ip^+ = f(Ved, Vec, Val^+, Val^-, Is)$$

$$Ip^- = f(Ved, Vec, Val^+, Val^-, Is)$$

$$Ial^+ = f(Ved, Vec, Val^+, Val^-, Is)$$

$$Ial^- = f(Ved, Vec, Val^+, Val^-, Is)$$

dans lequel, conformément au changement de variable utilisé dans les [structures différentielles](#)

$$Ved = Ve^+ - Ve^- \text{ est la tension différentielle d'entrée}$$

et

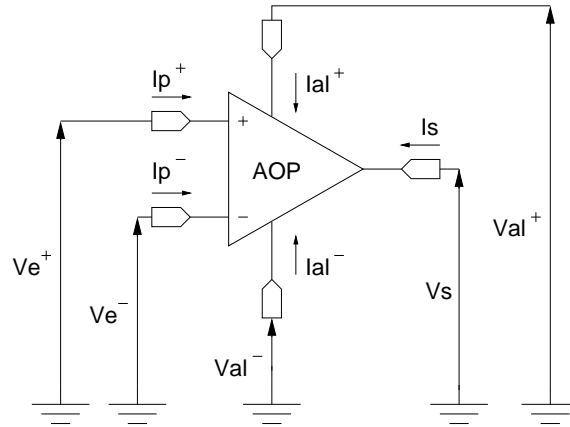


FIGURE 6 –

L'amplificateur opérationnel réel

$V_{ec} = \frac{V_{e^+} + V_{e^-}}{2}$ est la tension de mode commun d'entrée.

Ces relations permettent de définir un ensemble de spécifications statiques, grand signal dynamiques et petit signal, caractérisant les propriétés de l'amplificateur opérationnel réel.

2.1 Spécifications statiques

2.1.1 L'excursion maximum de la tension de mode commun d'entrée

Cet indice grand signal statique spécifie la plage de variation de la tension de mode commun d'entrée

$$V_{emc_{min}} < V_{ec} < V_{emc_{max}}$$

à l'intérieur de laquelle l'amplificateur reste en fonctionnement correcte, c'est à dire typiquement, quand tous les transistors MOS d'entrée du dispositif reste en régime saturé.

2.1.2 L'excursion maximum du signal de sortie

Cet indice grand signal statique spécifie la plage de variation de sortie

$$V_{s_{min}} < V_s < V_{s_{max}}$$

à l'intérieur de laquelle l'amplificateur reste en fonctionnement correcte, c'est à dire typiquement, quand tous les transistors MOS de sortie du dispositif reste en régime saturé.

2.1.3 La tension de décalage

Par définition, c'est la valeur ED_0 de la source de tension statique qu'il faut placer en entrée de l'amplificateur pour avoir une tension de sortie nulle, c'est à dire telle que

$$V_s(ED_0, V_{ec}, Val^+, Val^-, 0) = 0.$$

Ainsi, elle est donnée implicitement par

$$ED_0 = f(V_{ec}, Val^+, Val^-)$$

et comporte une composante aléatoire et éventuellement une composante systématique de conception.

2.1.4 Les courants de polarisation et de décalage

Les courants de polarisation I_{p^+} et I_{p^-} sont les courants statiques nécessaires à la polarisation des transistors d'entrée de l'AOP. Ils peuvent être donnés en terme de courant moyen de polarisation

$$IP_0 = \frac{I_{p^+} + I_{p^-}}{2}$$

et de courant de décalage

$$ID_0 = \frac{I_{p^+} - I_{p^-}}{2}.$$

En technologie MOS, ces courants étant structurellement très faibles (de l'ordre du fA) ces indices ne sont que très rarement considérés.

2.2 Spécifications dynamiques petit signal

L'amplificateur opérationnel étant convenablement polarisé, à partir d'un développement en série de Taylor au voisinage des différents courants et tensions de repos, on peut définir les caractéristiques petit signal (incrémentales) suivantes.

2.2.1 Le gain de mode différentiel

C'est un indice de performance essentiel de l'amplificateur opérationnel :

$$Ad = \frac{\partial V_s}{\partial V_{ed}} = \frac{v_s}{v_{ed}}.$$

2.2.2 Le gain de mode commun

S'il est formellement défini par

$$Ac = \frac{\partial V_s}{\partial V_{ec}} = \frac{v_s}{v_{ec}}$$

très souvent il est spécifié en terme de rapport de réjection du mode commun

$$RRMC = \left| \frac{Ad}{Ac} \right|.$$

Comme la tension de décalage, le gain de mode commun comporte une composante aléatoire et une composante systématique. Si on considère la tension de décalage ED_0 comme fonction de la tension de mode commun V_{ec} , avec Val^+ et Val^- constantes et I_s nul, à partir de

$$\frac{\partial V_s(ED_0, V_{ec}, Val^+, Val^-, 0)}{\partial V_{ec}} = 0$$

on peut écrire

$$\frac{\partial V_s}{\partial ED_0} dED_0 + \frac{\partial V_s}{\partial Vec} dVec = 0.$$

D'autre part, avec

$$\frac{\partial V_s}{\partial ED_0} = Ad \text{ et } \frac{\partial V_s}{\partial Vec} = Ac,$$

on en déduit que

$$\frac{\partial ED_0}{\partial Vec} = -\frac{Ad}{Ac} = -\frac{1}{RRMC}.$$

Ainsi, l'inverse du rapport de réjection du mode commun peut être vue (et mesuré) comme le résultat de la tension de décalage produit par une variation de la tension de mode commun d'entrée [1].

2.2.3 La réjection des alimentations

Si un signal parasite est superposé aux tensions d'alimentation, autant que faire ce peut, il doit être rejeté par l'amplificateur opérationnel. On spécifie ainsi les deux indices de performance

- le rapport de réjection de l'alimentation positive : $RRAL^+ = Ad / \frac{\partial V_s}{\partial V_{al}^+}$
- le rapport de réjection de l'alimentation négative : $RRAL^- = Ad / \frac{\partial V_s}{\partial V_{al}^-}$

2.2.4 La fréquence de transition et la marge de phase

Par définition, la fréquence de transition est la fréquence F_T pour laquelle le gain différentiel est égal à l'unité. A cette fréquence particulière, usuellement on définit la marge de phase pour une impédance de charge donnée par

$$MP = 180^\circ - \text{phase de } Ad$$

2.2.5 Les résistances d'entrée

De part la nature différentielle de l'entrée, on peut définir

- la résistance d'entrée différentielle : $red = \frac{\partial V_{ed}}{\partial (I_{p^+} - I_{p^-})}$
- la résistance d'entrée du mode commun : $rec = 2 \frac{\partial V_{ec}}{\partial (I_{p^+} + I_{p^-})}$

On notera qu'en technologie MOS ces deux résistances structurellement élevées sont rarement considérées.

2.2.6 Les capacités d'entrée

Tout amplificateur opérationnel présente sur ses entrées inverseuse et non-inverseuse une capacité parasite structurelle ce^+ et ce^- .

2.2.7 La résistance de sortie

$$rs = \frac{\partial V_s}{\partial I_s}.$$

2.2.8 La capacité de sortie

Tout amplificateur opérationnel présente sur sa sortie une capacité structurelle cs .

2.3 Le bruit

Le bruit

de chacune des deux voies d'amplification pouvant être ramené sur les deux entrées, et les deux générateurs de tension de bruit en série dans la maille d'entrée pouvant être regroupés en un seul, on peut spécifier l'amplificateur opérationnel bruité en terme de densité spectrale de courant et de tension comme indiqué sur le modèle de la *figure 7*.

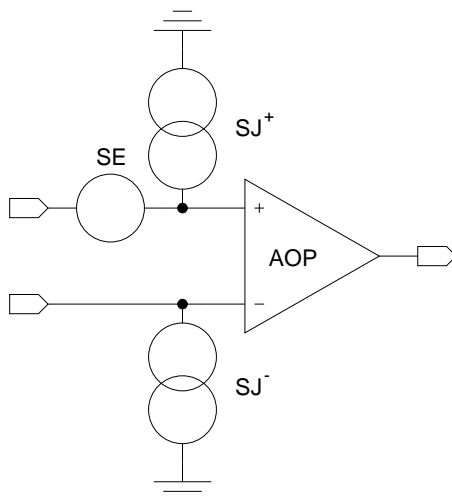


FIGURE 7 –

Modélisation de l'amplificateur opérationnel bruité

2.4 Spécification dynamique grand signal :le slew-rate

Lorsque la tension différentielle d'entrée dépasse une certaine valeur, l'amplificateur opérationnel n'est plus en régime linéaire (certains transistors peuvent être bloqués) et le concept petit signal n'est plus applicable. Ce mode de fonctionnement particulier est généralement caractérisé par la vitesse d'excursion maximum ou slew-rate (SR). Physiquement, cette caractéristique non-linéaire correspond à la vitesse maximum à laquelle les différentes capacités présentes aux différents nœuds du dispositif actif peuvent être chargées ou déchargées. Si cette vitesse est donnée par

$$\frac{dV(t)}{dt} = \frac{I(t)}{C}$$

et si le courant $I(t)$ chargeant la capacité C est limité physiquement à une valeur I_{max} , le slew-rate s'exprime formellement par

$$SR = \left(\frac{dV(t)}{dt} \right)_{max} = \frac{I_{max}}{C}.$$

On notera que cette situation est une caractéristique typique des circuits comportant une [paire différentielle](#) .

Un autre indice de performance, quelquefois associé au slew-rate pour caractériser un amplificateur opérationnel, est la fréquence maximum à amplitude maximum FPB (Full

Power Bandwidth). Elle est donnée à partir d'une configuration en gain unité pour laquelle la variation d'un signal de sortie correspondant à une attaque sinusoïdale est limitée par

$$\left(\frac{dV(t)}{dt}\right)_{max} = (\omega V_{s_{max}} \cos(\omega t))_{max} = \omega V_{s_{max}} = SR.$$

Le paramètre FPB est ainsi fixé par

$$FPB = \frac{SR}{2\pi V_{s_{max}}}.$$

2.5 Interdépendance des gains parasites

En petit signal et en fonction de la fréquence, l'amplificateur opérationnel peut être caractérisé extérieurement par

$$vs(p) = Ad(p) ved + Ac(p) vec + Aal^+(p) val^+ + Aal^-(p) val^-.$$

Les paramètres $Aal^+(p)$ et $Aal^-(p)$ étant respectivement le gain entre les signaux val^+ et val^- perturbant l'alimentation positive et négative et la sortie. Si le potentiel de référence des six accès au circuit est translaté d'une valeur arbitraire $va(p)$, on écrit

$$vs(p) + va(p) = Ad(p)ved + Ac(p)(vec + va(p)) + Aal^+(p)(val^+ + va(p)) + Aal^-(p)(val^- + va(p)).$$

Par soustraction avec la première expression on obtient la relation fondamentale liant les trois gains parasites [5]

$$Ac(p) + Aal^+(p) + Aal^-(p) = 1$$

soit

$$\frac{1}{RRMC} + \frac{1}{RRAL^+} + \frac{1}{RRAL^-} = \frac{1}{Ad(p)}.$$

Ainsi, il est physiquement impossible de concevoir un amplificateur opérationnel à six accès permettant de minimiser simultanément le gain de mode commun et les gains d'alimentation, il est donc nécessaire de ce donner un degré de liberté avec un septième accès auxiliaire V_{aux} . En effet, dans ce cas, si $A_{aux}(p)$ est la fonction de transfert correspondante à ce septième accès, avec

$$Ac(p) + Aal^+(p) + Aal^-(p) + A_{aux}(p) = 1$$

il suffit de connecter V_{aux} à une tension de référence non bruitée avec $A_{aux}(p) = 1$ pour pouvoir théoriquement minimiser simultanément le gain de mode commun et les deux gains d'alimentation.

3 L'amplificateur opérationnel à sortie différentielle

En micro-électronique, de part la réduction des tensions d'alimentation imposée par les faibles longueurs des transistors MOS, pour la réalisation de certaines fonctions analogiques, on est conduit à utiliser des [structures différentielles](#)

pour pouvoir répondre aux spécifications demandées sur la dynamique des signaux électriques traités. Pour ce faire, on doit utiliser des amplificateurs à sortie différentielle (figure 8). De part le principe du demi-circuit, pour l'AOP réel, les caractéristiques électriques ne sont pas modifiées. Il suffit pour les indices affectant la sortie, de considérer une composante pour le mode commun et une composante pour le mode différentiel. On notera que toutes les erreurs systématiques (tension de décalage systématique, réjection d'alimentation, ...), perturbent le mode commun et sont structurellement rejetées par le mode différentiel.

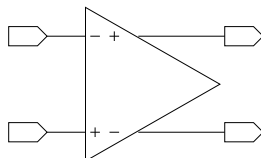


FIGURE 8 –

Symbole de l'amplificateur opérationnel à sortie différentielle

4 Stabilité en boucle fermée

4.1 Stabilité en terme de diagramme de Bode

En régime linéaire, l'amplificateur opérationnel est toujours associé à un réseau de réaction négative. Si nous considérons le schéma fonctionnel d'un système réactionné homogène de la figure 9, les variables de prélèvement et réinjection du réseau de réaction K sont des tensions et correspondent aux variables de sortie et d'entrée de l'amplificateur réactionné. Le signal d'erreur ϵ s'écrivant $\epsilon = X_e - K.X_s$, on détermine la fonction de transfert globale

$$T = \frac{X_s}{X_e} = \frac{A}{1 + A.K}$$

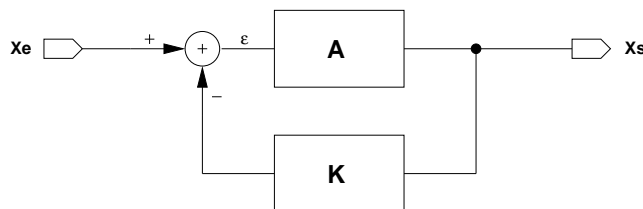


FIGURE 9 –

Schéma de principe d'un système réactionné

Si on tient compte de la variation du gain A en fonction de la fréquence, le facteur de

réaction K étant supposé réel, on peut écrire

$$T = \frac{A(\omega)}{1 + K.A(\omega)}.$$

Pour une valeur du gain de boucle $L = K.A(\omega) = M.exp(j\phi) = -1$ soit $M = 1$ et $\phi = 180^\circ$, le dénominateur de T peut s'annuler. La sortie de l'amplificateur réactionné peut se placer sur une tension d'alimentation ou présenter une oscillation, il y a instabilité potentielle. En écrivant

$$20 \log|L(j\omega)| = 20 \log(K) + 20 \log|A(j\omega)|$$

soit

$$|L(j\omega)|_{dB} = |A(j\omega)|_{dB} - (1/K)_{dB}$$

on peut donner une interprétation graphique simple des conditions de stabilité en terme de diagramme de Bode. En effet, si on considère le gain en boucle ouverte $A(\omega)$ de la *figure 10*, le diagramme de Bode de $L(\omega)$ correspond à la courbe comprise entre $|A(\omega)|_{dB}$ et l'axe Δ . Au sens stricte, la stabilité est satisfaite si l'axe Δ coupe la courbe de $A(\omega)$ en un point où la phase ne dépasse pas -180° . Ainsi, une mesure objective de l'instabilité potentielle peut être donnée à partir de la valeur de la phase de $A(\omega)$ lorsque $|L(\omega)| = 1$. Cette mesure est la marge de phase

$$MP = \Phi(\omega_K) - (-180^\circ).$$

Une seconde mesure complémentaire peut également être fournie, c'est la marge de gain MG , définie par la relation

$$MG = |A(\omega_K)|_{dB} - |A(\omega_B)|_{dB}$$

ω_B étant la pulsation correspondant à une phase de -180° .

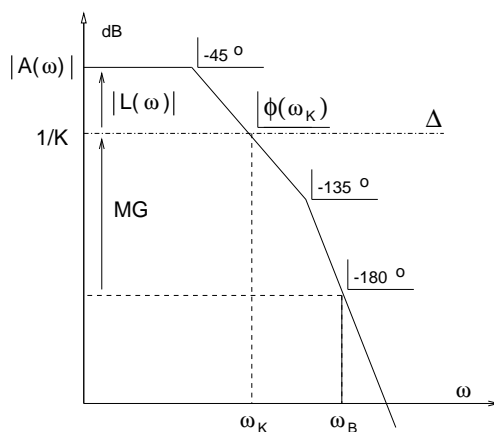


FIGURE 10 –

Diagramme de Bode d'un système réactionné

4.2 Amplificateur à un pôle

Si on modélise le gain de l'amplificateur $A(\omega)$ par un système à un pôle tel que

$$A(p) = \frac{A_0}{1 + \frac{p}{\omega_c}}$$

on peut mettre la fonction de transfert du système bouclé sous la forme

$$T(p) = \frac{T_0}{1 + \frac{p}{\omega_{c'}}} \text{ avec } T_0 = \frac{A_0}{1 + KA_0} \text{ et } \omega_{c'} = \omega_c(1 + KA_0).$$

La bande passante de l'amplificateur contre-reactionné est celle de l'amplificateur $A(\omega)$ augmentée du taux de réaction $1 + L$, mais le produit gain-bande $PGB = A_0\omega_c$ égal asymptotiquement à la fréquence de transition ω_T est conservé. L'amplificateur est un système à un pôle quelque soit le gain en boucle fermée, il est dit inconditionnellement stable. En particulier, pour un gain K unité

$$T(p) = \frac{1}{1 + \frac{1}{A_0} + \frac{p}{A_0\omega_c}} \approx \frac{A_0}{1 + A_0} \frac{1}{1 + \frac{p}{\omega_T}}.$$

La réponse indicielle $Vs(t)$ à un échelon de tension $U(t)$ est donnée par

$$Vs(t) = \frac{A_0}{1 + A_0}(1 - e^{-\omega_T t})U(t).$$

Le temps d'établissement défini comme le temps requi pour qu'en gain unité, la sortie dans l'intervalle $Vs(t) = 1 - \epsilon$ est inversement proportionnel à la fréquence de transition et au gain statique de l'amplificateur opérationnel. L'erreur résiduelle ϵ peut ainsi être décomposée en un terme d'erreur statique contrôlable par le gain statique A_0 de l'AOP

$$\epsilon_{sta} = \frac{1}{1 + A_0}$$

et un terme d'erreur dynamique contrôlable par la fréquence de transition F_T de l'AOP

$$\epsilon_{dyn} = e^{-\omega_T t}.$$

défini comme le temps requi pour qu'en gain unité, la sortie s'établisse à la valeur

$$Vs(t) = \frac{A_0}{1 + A_0}.$$

4.3 Amplificateur à deux pôles

4.3.1 Réponse fréquentielle et temporelle

Si on modélise le gain de l'amplificateur $A(\omega)$ par un système à deux pôles tel que

$$A(p) = \frac{A_0}{(1 + \frac{p}{\omega_a})(1 + \frac{p}{\omega_b})}$$

la fonction de transfert du système bouclé se met sous la forme

$$T(p) = \frac{A_0\omega_a\omega_b}{p^2 + (\omega_a + \omega_b)p + (1 + A_0K)\omega_a\omega_b}.$$

Par identification avec la forme canonique passe-bas du deuxième ordre

$$T(p) = \frac{G\omega_0^2}{p^2 + \frac{\omega_0}{Q_0}p + \omega_0^2}$$

le paramètre $\Sigma = \frac{\omega_b}{\omega_a}$ étant le facteur de séparation des pôles, on détermine

1. le gain $G = \frac{A_0}{1+A_0K}$
2. la pulsation de résonance $\omega_0 = \sqrt{(1 + A_0K)\omega_a\omega_b}$
3. le coefficient de qualité $Q_0 = \frac{\omega_0}{\omega_a + \omega_b} = \frac{\sqrt{\Sigma(1+A_0K)}}{1+\Sigma}$

Pour un gain statique A_0 et une pulsation de coupure ω_a donnés, le coefficient de qualité ne dépend que de la position du second pôle ω_b . Selon la valeur de ce coefficient de qualité, on définit usuellement trois régimes de fonctionnement (*figure 11*)

1. le régime amorti ou surcompensé pour lequel $Q_0 < 0,5$
2. le régime critique pour lequel $Q_0 = 0,5$
3. le régime sousamorti ou souscompensé pour lequel $Q_0 > 0,5$

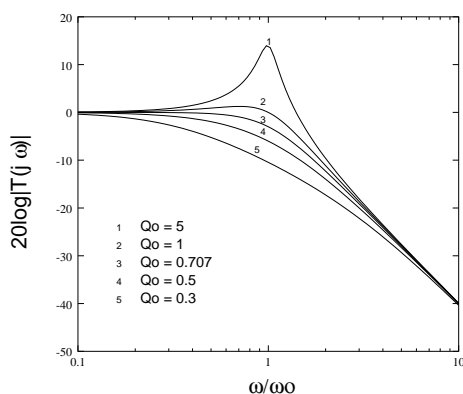


FIGURE 11 –

Réponse en fréquence de l'amplificateur opérationnel à deux pôles en boucle fermée avec $G=1$

Pour une utilisation de l'amplificateur opérationnel en circuit de gain unité, par transformation de Laplace inverse sur $\frac{T(p)}{p}$, le paramètre $\xi = \frac{1}{2Q_0}$ étant le coefficient d'amortissement, on obtient les trois types de réponse indicielle, normalisés à l'unité et au terme d'erreur statique $\epsilon_{sta} = \frac{1}{1+A_0}$ près, correspondants aux trois régimes précédemment définis (*figure 12*) :

1. le régime amorti avec $Q_0 < 0,5$ soient $\xi > 1$ et $\xi_{2,1} = \xi \pm \sqrt{\xi^2 - 1}$ correspondant à une réponse exponentielle avec

$$Vs(t) = 1 - \frac{1}{2\sqrt{\xi^2 - 1}} \left[\frac{1}{\xi_1} \exp(-\xi_1 \omega_0 t) - \frac{1}{\xi_2} \exp(-\xi_2 \omega_0 t) \right]$$

2. le régime critique avec $Q_0 = 0,5$ soit $\xi = 1$ correspondant également à une réponse exponentielle avec

$$Vs(t) = 1 - (1 + \omega_0 t) \exp(-\omega_0 t)$$

3. le régime sousamorti avec $Q_0 > 0,5$ soit $\xi < 1$ correspondant à une réponse présentant une suroscillation suivie d'une sinusoïde amortie exponentiellement

$$V_s(t) = 1 - \left\{ \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin(\sqrt{1-\xi^2}\omega_0 t) + \cos(\sqrt{1-\xi^2}\omega_0 t) \right\} \exp(-\xi\omega_0 t)$$

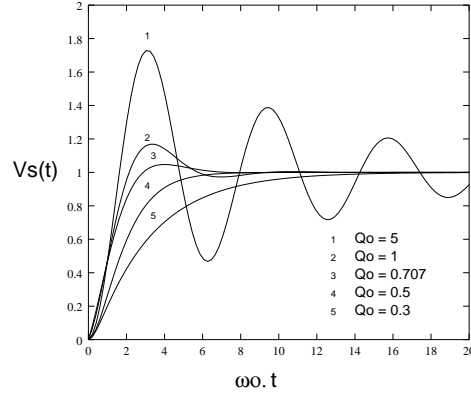


FIGURE 12 –

Réponse indicielle de l'amplificateur opérationnel à deux pôles en boucle fermée avec $G=1$

4.3.2 Temps d'établissement

Le temps d'établissement dynamique étant maintenant défini comme le temps requi pour qu'en gain unité la sortie à un échelon $U(t)$ s'établisse dans l'intervalle $V_s(t) = 1 \pm \epsilon_{dyn}$, pour les trois régimes usuellement définis, le temps d'établissement est une fonction implicite du coefficient de qualité. Un quatrième régime, spécifique aux circuits analogiques temps discret pour lesquelles le régime transitoire est déterminant, peut être défini [6]. Ce mode de fonctionnement (régime MST) est optimal du point de vue temps d'établissement. Il correspond à une valeur de coefficient de qualité Q_0 pour laquelle la première suroscillation en sortie tangente la valeur $1 + \epsilon_{dyn}$ (figure 13).

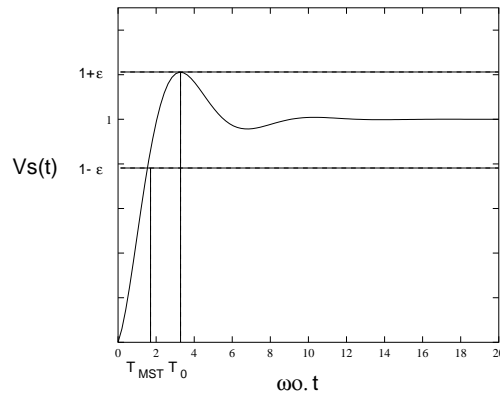


FIGURE 13 –

Définition du régime MST

Pour obtenir explicitement le coefficient de qualité correspondant, il suffit d'annuler la dérivée de $Vs(t)$ pour déterminer l'instant T_0 de la première suroscillation

$$T_0 = \frac{\pi}{\omega_0 \sqrt{1 - \xi^2}}$$

et de considérer

$$Vs(t)_{t=T_0} = 1 + \exp\left(\frac{-\pi \cdot \xi}{\sqrt{1 - \xi^2}}\right) = 1 + \epsilon_{dyn}.$$

On obtient ainsi

$$Q_{MST} = 0.5 \frac{\sqrt{\pi^2 + [\text{Log}(1/\epsilon_{dyn})]^2}}{\text{Log}(1/\epsilon_{dyn})}$$

et en terme de facteur de séparation des pôles, avec $\Sigma \gg 1$

$$\Sigma_{MST} \approx \frac{4A_0}{1 + [\pi/\text{Log}(1/\epsilon_{dyn})]^2}$$

4.4 Stabilité en terme de marge de phase

Si au sens stricte l'amplificateur opérationnel à deux pôles simples en contre-réaction est stable, en régime fréquentiel ou temporel il peut présenter une surtension d'autant plus prononcé que la marge de phase est petite. Si on considère les diagrammes de Bode de la *figure 14*, pour un gain en boucle fermé unité, la marge de phase à $\omega = \omega_T$ est donnée par

$$MP = 180^\circ - \text{arctg}\left(\frac{\omega_T}{\omega_a}\right) - \text{arctg}\left(\frac{\omega_T}{\omega_b}\right) \approx 90^\circ - \text{arctg}\left(\frac{\omega_T}{\omega_b}\right) \approx \text{arctg}\left(\frac{\omega_b}{\omega_T}\right)$$

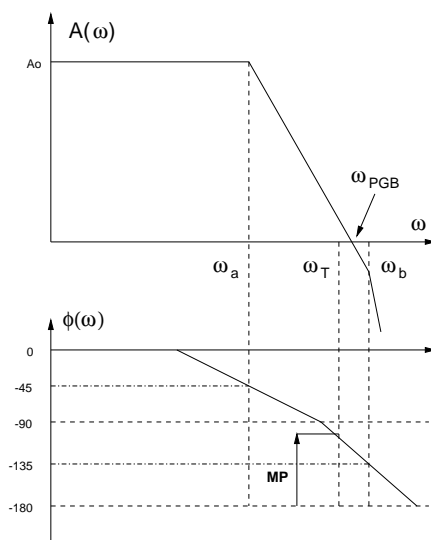


FIGURE 14 –

Mesure de la marge de phase

Si on considère l'expression du module du gain en boucle ouverte à la pulsation ω_T , on

doit écrire avec $\Sigma \gg 1$

$$\frac{A_0}{\Sigma \frac{\omega_T}{\omega_b} \sqrt{1 + (\frac{\omega_T}{\omega_b})^2}} = 1$$

on en déduit l'expression du rapport

$$\frac{\omega_T}{\omega_b} = \sqrt{0,5(\sqrt{1 + (\frac{2A_0}{\Sigma})^2} - 1)}$$

et la marge de phase correspondante

$$MP = \arctg\left(\frac{1}{\sqrt{0,5(\sqrt{1 + (\frac{2A_0}{\Sigma})^2} - 1)}}\right).$$

Ainsi, à partir de l'expression du facteur de séparation des pôles correspondant au temps d'établissement optimum, on détermine

$$MP_{MST} = \arctg\left(\frac{1}{\sqrt{0,5(\sqrt{1 + Y^2} - 1)}}\right) \text{ avec } Y = \frac{1 + [\pi/\text{Log}(1/\epsilon_{dyn})]^2}{2}$$

Si le second pôle est suffisamment éloigné de la fréquence de transition ($\omega_b > 4\omega_T$), une formulation simplifiée mais moins précise (*figure 15*) de cette marge de phase peut être donnée avec l'approximation usuelle $\omega_T = \omega_{PGB} = A_0\omega_a$:

$$MP \approx \arctg\left(\Sigma \frac{\omega_a}{\omega_T}\right) \approx \arctg\left(\frac{\Sigma}{A_0}\right)$$

et

$$MP_{MST} \approx \arctg\left(\frac{4}{1 + [\pi/\text{Log}(1/\epsilon_{dyn})]^2}\right).$$

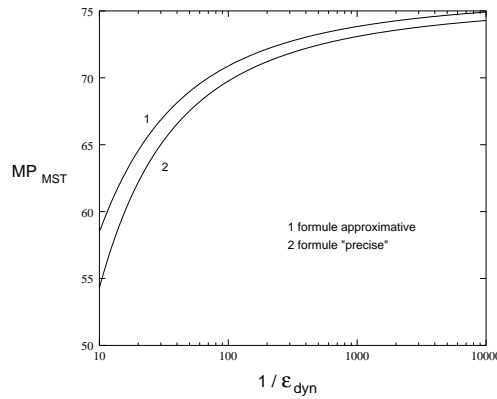


FIGURE 15 –

Marge de phase optimale vs $1/\epsilon_{dyn}$

4.5 Influence d'un doublet pôle-zéro sur le temps d'établissement

Certains amplificateurs opérationnels possèdent dans leur fonction de transfert un facteur de la forme

$$F = \frac{1 + \frac{p}{\omega_z}}{1 + \frac{p}{\omega_x}}$$

c'est à dire un "doublet pôle-zéro". Cette configuration se présente principalement lorsqu'une fraction du signal d'entrée est partiellement réinjectée en sortie (volontairement ou involontairement), ou lorsqu'on est conduit à effectuer la différence de signaux empruntant des chemins différents (défauts de symétrie dans les structures différentielles). Pour un amplificateur caractérisé par une réponse en boucle ouverte

$$A(p) = A_0 \frac{1 + \frac{p}{\omega_z}}{(1 + \frac{p}{\omega_a})(1 + \frac{p}{\omega_x})}$$

et connecté en suiveur de tension, la réponse indicielle est donnée approximativement par [2]

$$Vs(t) = 1 - \exp(-\omega_T t) + \frac{\omega_z - \omega_x}{\omega_T} \exp(-\omega_z t)$$

Cette expression considère que les deux fréquences du doublet sont proches et en deçà de la fréquence de transition. Elle montre que si l'incidence du doublet est faible sur la réponse en fréquence, la présence du terme exponentiel "supplémentaire" avec une constante de temps égale à $1/\omega_z$ peut affecter gravement le temps d'établissement du dispositif. On notera que lorsqu'on diminue la fréquence du doublet on allonge son temps réponse et on baisse son amplitude et inversement, un doublet haute fréquence est caractérisé par un temps de réponse très bref mais de forte amplitude, produisant ainsi un phénomène de suroscillation sur un circuit normalement du premier ordre. Considérant que la précision ultime sur le temps d'établissement est $1/A_0$, on constate qu'il peut s'avérer être extrêmement difficile de réduire l'amplitude de l'exponentiel du doublet très en dessous de cette valeur pour des amplificateurs opérationnels à grand gain statique. Autant que faire ce peut, lors de la compensation, on cherchera à repousser la fréquence du doublet au delà de la fréquence de transition.

5 La compensation

5.1 Le principe

Structurellement, un amplificateur opérationnel est toujours constitué d'une chaîne de un ou plusieurs étages à sortie haute impédance pour obtenir un grand gain statique, éventuellement terminée par un étage de gain unitaire à sortie basse impédance. L'étage final éventuelle ne produisant que des pôles à très haute fréquence il n'a pas d'incidence notable sur la marge de phase, ainsi, la compensation consiste à modifier la valeur des pôles des étages haute impédance afin de respecter une contrainte de marge de phase demandée. Pratiquement, les architectures d'amplificateurs opérationnels sont ainsi répertoriées par leur nombre de nœud haute impédance [3]. Les dispositifs ne possédant qu'un seul nœud haute impédance sur leur sortie sont compensables extérieurement et directement par leur charge capacitive alors que les dispositifs possédant plusieurs nœuds haute impédance sont compensables intérieurement, typiquement par effet Miller pour deux nœuds, et par effet Miller imbriqué pour un nombre de nœuds supérieur à deux. Pratiquement, de part la complexité du réseau de compensation à mettre en œuvre, on ne conçoit pas d'AOP à plus de trois étages.

5.2 Dispositifs à un nœud haute impédance

Les architectures d'amplificateur modélisables par un circuit à un nœud haute impédance sont dédiées au pilotage de charge purement capacitives (typiquement les circuits à capacités commutés). Au sens strict, si ce sont des circuits du premier ordre la notion de marge de phase n'a évidemment pas de sens, mais pratiquement associé au nœud haute impédance il existe souvent un nœud basse impédance faisant que l'AOP est modélisable par un circuit du deuxième ordre possédant un pôle dominant et un pôle secondaire. La caractéristique essentielle de ce type d'architecture est que la charge capacitive fixant le pôle dominant ω_1 , détermine le produit gain-bande $PGB = Ad_0 \omega_1$. Ainsi, lorsqu'elle augmente, la valeur du pôle dominant diminue, le facteur de séparation des pôles augmente et la marge de phase à $\omega = \omega_T \approx PGB$ augmente avec

$$MP \approx 90^\circ - \arctg\left(\frac{\omega_T}{\omega_2}\right).$$

5.3 Dispositifs à deux nœuds haute impédance

Dans ce cas, La compensation consiste à ajuster le facteur de séparation des deux pôles correspondant aux deux nœuds haute impédance à partir d'un réseau passif ou éventuellement actif (figure 16).

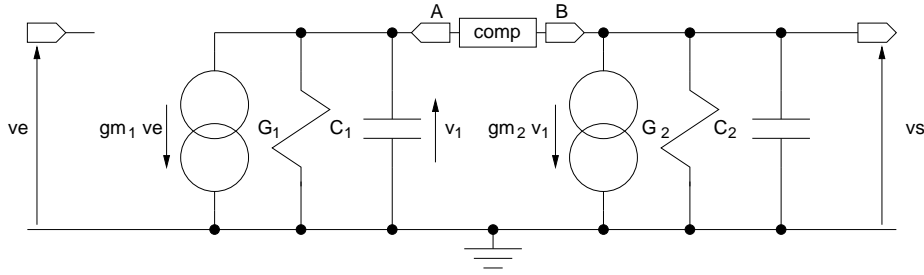


FIGURE 16 –

Modélisation d'un réseau à deux pôles dominants

5.3.1 Compensation purement capacitive

La modélisation la plus courante consiste à prendre pour réseau de compensation un simple condensateur Cc connecté entre les nœuds A et B du modèle de la figure 17. Avec ce modèle, on détermine la fonction de transfert

$$\frac{vs}{ve} = \frac{\frac{gm_1 gm_2}{G_1 G_2} (1 - \frac{Cc}{gm_2} p)}{\frac{C_1 C_2 + Cc(C_1 + C_2)}{G_1 G_2} p^2 + (\frac{C_1 + Cc}{G_1} + \frac{C_2 + Cc}{G_2} + \frac{gm_2 Cc}{G_1 G_2}) p + 1}.$$

Si les pôles sont réels et suffisamment éloignés, c'est à dire si le système est caractérisé par un pôle p_1 (pôle dominant) très inférieur au pôle p_2 (pôle secondaire), les racines du dénominateur de vs/ve , données par l'équation

$$(p - p_1)(p - p_2) = p^2 - (p_1 + p_2)p + p_1 p_2 = 0,$$

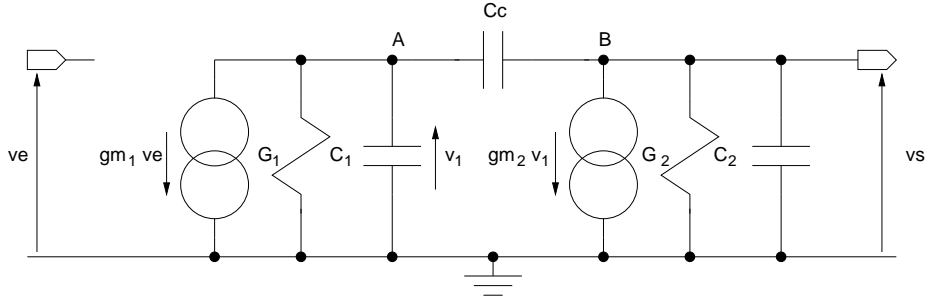


FIGURE 17 –

Compensation purement capacitive

correspondent aux deux pôles

$$p_1 = -\frac{1}{R_1 C_1 + R_2 (C_2 + C_c (1 + R_1 (g_{m2} + G_2)))}$$

et

$$p_2 = -\frac{1}{R_1 C_1 (1 + \frac{C_2 C_c}{C_1 (C_2 + C_c)})} - \frac{g_{m2}}{C_1 + C_2 + \frac{C_1 C_2}{C_c}} - \frac{1}{R_2 C_2 (1 + \frac{C_1 C_c}{C_2 (C_1 + C_c)})}.$$

Le condensateur C_c a pour effet de créer un zéro dans le demi-plan droit du plan complexe (dégradant ainsi la marge de phase) et de modifier la valeur des pôles qui, en son absence ont respectivement pour valeur

$$p_1 = -\frac{1}{R_1 C_1 + R_2 C_2} \quad \text{et} \quad p_2 = -\left(\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_2}\right).$$

En poursuivant l'approximation des pôles, avec $R_1 C_1 \gg R_2 C_2$, le pôle dominant s'écrit

$$p_1 \approx -\frac{1}{R_1 (C_1 + CM)} \quad \text{avec} \quad CM = C_c (1 + R_2 (g_{m2} + G_1)) \approx C_c \left(\frac{g_{m2}}{G_2} + 1\right)$$

et avec $C_c \gg C_1$ et $C_2 \gg C_1$, le pôle secondaire devient

$$p_2 \approx -\frac{1 + g_{m2} R_2}{R_2 C_2} \approx -\frac{g_{m2}}{C_2}.$$

Par l'action de la capacité de compensation le pôle du premier étage est ramenée à une fréquence plus basse puisque C_c est multiplié par le gain du deuxième étage pour donner la capacité CM (c'est l'effet Miller), et le second pôle est amené à une fréquence potentiellement plus élevée. Physiquement le pôle du deuxième étage est annulé par un zéro et remplacé par la valeur g_{m2}/C_2 [7]. Ce type de compensation est souvent appelé compensation par séparation des pôles (pole splitting).

● Stratégie de compensation

Le gain statique du circuit ayant pour valeur

$$A_0 = \frac{g_{m1} g_{m2}}{G_1 G_2},$$

et le produit gain bande s'écrivant

$$PGB = A_0 \omega_1 \approx \frac{g_{m1}}{C_c},$$

la marge de phase

$$MP \approx 90^\circ - \arctg\left(\frac{\omega_T}{\omega_1}\right) - \arctg\left(\frac{\omega_T}{\omega_z}\right)$$

peut être approximée par

$$MP \approx 90^\circ - \arctg\left(\frac{PGB}{\omega_2}\right) - \arctg\left(\frac{PGB}{\omega_z}\right)$$

soit

$$MP \approx 90^\circ - \arctg\left(\frac{gm_1 C_2}{gm_2 C_c}\right) - \arctg\left(\frac{gm_1}{gm_2}\right).$$

Si la dominance du premier pôle est effective, la capacité de compensation a pour expression

$$C_c = C_2 \frac{gm_1}{gm_2} \tan(MP) \frac{1 + \cot(MP) \frac{gm_1}{gm_2}}{1 - \tan(MP) \frac{gm_1}{gm_2}}.$$

La marge de phase est ainsi complètement déterminée en ce donnant le rapport des transconductances des deux étages et le rapport de la capacité de charge sur la capacité de compensation. Pratiquement, quelque soient les architectures d'AOP, pour des marges de phase supérieures à 60° , le premier rapport est de l'ordre de $1/5$ à $1/10$, et le second de $1/10$ à 1 pour limiter la charge du premier étage (contrainte de slew-rate interne).

5.3.2 Compensation par dipôle RC

Une autre technique courante de compensation consiste à placer entre les nœuds A et B du modèle un dipôle constitué d'une résistance Rc et d'une capacité Cc en série (*figure 18*). Le dipôle passif créant un nœud supplémentaire, la fonction de transfert est du troisième ordre et a pour expression

$$\frac{v_s}{v_e} = \frac{\frac{gm_1 gm_2}{G_1 G_2} (1 - Cc(\frac{1}{gm_2} - Rc)p)}{Ap^3 + Bp^2 + Cp + 1}$$

avec

$$A = \frac{C_1 C_2 C_c}{G_1 G_2 G_c},$$

$$B = \frac{C_2 C_c}{G_2 G_c} + \frac{C_1 C_c}{G_1 G_2} + \frac{C_1 C_2}{G_1 G_2} + \frac{C_1 C_c}{G_1 G_c} + \frac{C_2 C_c}{G_1 G_2},$$

et

$$C = \frac{C_c}{G_c} + \frac{C_c}{G_2} + \frac{C_c}{G_1} + \frac{gm_2 C_c}{G_1 G_2} + \frac{C_1}{G_1} + \frac{C_2}{G_2}.$$

Les racines p_1, p_2 et p_3 du dénominateur étant liées par les relations

$$p_1 + p_2 + p_3 = -\frac{B}{A}, \quad p_1 p_2 + p_1 p_3 + p_2 p_3 = \frac{C}{A} \quad \text{et} \quad p_1 p_2 p_3 = -\frac{1}{A},$$

si on se place dans l'hypothèse de trois pôles réels séparés tels que $p_1 \gg p_2 \gg p_3$, on détermine

$$p_1 = -\frac{B}{A}, \quad p_2 = -\frac{C}{B} \quad \text{et} \quad p_3 = -\frac{1}{C}$$

soit

$$p_1 = -\left(\frac{G_1 + G_c}{C_1} + \frac{G_2 + G_c}{C_2} + \frac{G_c}{C_c}\right),$$

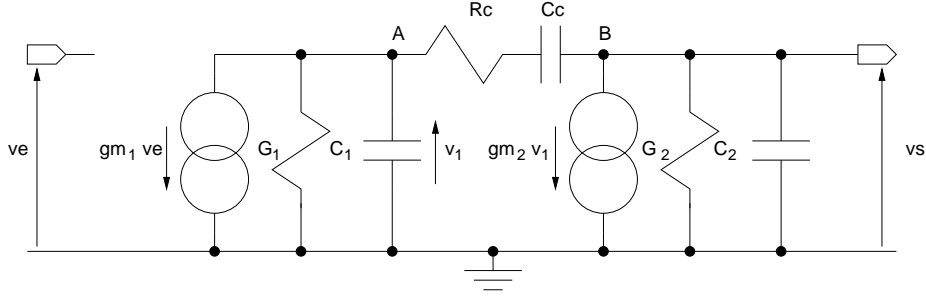


FIGURE 18 –

Compensation par dipôle RC série

$$p_2 = -\frac{CcGc(G_1+G_2+gm_2)+CcG_1G_2+Gc(C_1G_2+C_2G_1)}{CcC_2(G_1+Gc)+CcC_1(G_2+Gc)+C_1C_2Gc},$$

et

$$p_3 = -\frac{1}{Cc(Rc+R_2+R_1+gm_2R_1R_2)+R_1C_1+R_2C_2}.$$

Quant au zéro, il a pour valeur

$$\omega_z = \frac{1}{Cc(\frac{1}{gm_2}-Rc)}.$$

D'autre part, avec $R_1C_1 \gg R_2C_2$, $Rc \ll R_2 \ll R_1$, et avec C_2 et $Cc \gg C_1$, on approxime les trois pôles par :

$$p_1 \approx -\frac{1}{Rc}\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{Cc}\right) \approx -\frac{1}{RcC_1},$$

$$p_2 = -\frac{1 + R_2gm_2}{R_2C_2} \approx -\frac{gm_2}{C_2}$$

et

$$p_3 \approx \frac{1}{R_1R_2gm_2Cc}.$$

● Stratégies de compensation

Deux stratégies sont couramment utilisées. La première consiste simplement à annuler le zéro en fixant

$$Rc = \frac{1}{gm_2}.$$

Le produit gain-bande étant toujours $PGB = gm_1/Cc$ et le rapport des pôles secondaires étant dans le rapport C_2/C_1 , le pôle le plus éloigné a généralement une influence moindre sur la marge de phase, comparativement à la compensation par condensateur simple le gain sur MP est évident puisque

$$MP \approx 90^\circ - \arctg\left(\frac{gm_1 C_2}{gm_2 Cc}\right) - \arctg\left(\frac{gm_1 C_1}{gm_2 Cc}\right),$$

correspondant à une valeur de capacités de compensation de l'ordre de

$$Cc \approx C_2 \frac{gm_1}{gm_2} \tan(MP)$$

La seconde stratégie consiste à déplacer le zéro dans le demi-plan gauche pour annuler p_2 , en fixant

$$Rc = \frac{1}{gm_2} \left(1 + \frac{C_2}{Cc}\right),$$

ce qui conduit à

$$MP \approx 90^\circ - \arctg\left(\frac{gm_1}{gm_2} \frac{C_1}{C_2 + Cc}\right).$$

et

$$Cc \approx C_1 \frac{gm_1}{gm_2} \tan(MP) - C_2$$

Si potentiellement la seconde stratégie est susceptible d'être plus performante en terme de réponse fréquentielle, elle est plus délicate à mettre en œuvre que la première. En effet, l'annulation simple du zéro de la fonction de transfert ne dépendant que du paramètre intrinsèque gm_2 , elle peut être facilement réaliser de manière relativement indépendante des variations des paramètres technologiques, typiquement par l'intermédiaire d'un transistor en régime ohmique. Quant à l'annulation du second pôle, elle est sujette à condition (Cc positif) et dépend du paramètre extrinsèque C_2 difficiles à maîtriser avec précision du fait des dispersions technologiques. D'autre part le degré de liberté sur l'affectation de la valeur du condensateur de compensation Cc est limité par la valeur de Rc effectivement réalisable. La seconde méthode de compensation est bien adapté à la réalisation d'une grande marge de phase ($> 75^\circ$) pour une petite capacité de charge pour laquelle $C_c \approx C_2$ correspond à un choix raisonnable. On notera qu'une solution de compromis souvent utilisé en pratique consiste à placer le zéro dans le demi-plan gauche à une fréquence légèrement supérieure à la fréquence de transition ($\approx 1, 2\omega_T$)

5.3.3 Compensation active par suiveur de courant

L'utilisation d'une compensation active a normalement pour but d'améliorer l'efficacité du circuit de compensation et la réjection des bruits d'alimentation en "cassant" le chemin directe crée en haute fréquence par le condensateur. La technique la plus couramment utilisée [4] utilise un suiveur de courant. Le schéma de principe utilisant un amplificateur cascode (base commune) est donnée sur la *figure 19*. La tension de polarisation V_{pol} du cascode (non bruitée) constituant pour l'AOP un accès supplémentaire, conformément au paragraphe précédent sur l'interdépendance des gains parasites, elle permet de fait une amélioration de la réjection des bruits d'alimentation. Toutefois la contrainte de consommation imposée pour éviter l'apparition d'une paire de pôles complexes susceptible d'affecter la stabilité de l'AOP fait que ce type de compensation est très peu utilisée. D'autre part la tendance actuelle étant d'utiliser des amplificateurs opérationnels à sortie différentielle, la contrainte sur la réjection des alimentations est moins prioritaire.

5.3.4 Caractéristiques des circuits à deux nœuds haute impédance et compensation par effet Miller

La caractéristique essentielle est que contrairement aux circuits à un nœud haute impédance, si la charge fixant le pôle secondaire augmente, le facteur de séparation des pôles (donc la marge de phase) diminue. En terme de fréquence de transition, ils sont également moins performants. Par contre, ils permettent d'obtenir des gains statiques importants tout en possédant une "faible" résistance de sortie, ils peuvent ainsi être utilisés avec une charge résistive. D'autre part la présence d'un second étage de gain donne

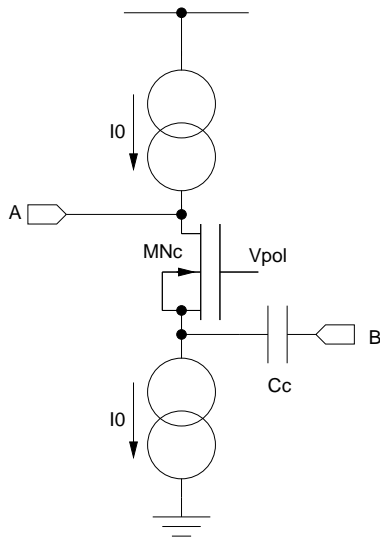


FIGURE 19 –

Compensation active par suiveur de courant

un degré de liberté permettant l'optimisation d'un indice de performance particulier (bruit, slew-rate, ...)

Références

- [1] P.R. GRAY and R.G. MEYER. "Recent advances in monolithic operational amplifier design". *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, vol. 21 :pp. 317–327, May 1974.
- [2] B.Y. KAMATH, R.G. MEYER, and P.R. GRAY. "Relationship between frequency response and settling time of operational amplifiers". *IEEE Journal of Solid-State Circuit*, vol. 9(No. 6) :pp. 347–352, Dec. 1974.
- [3] K.N. LEUNG and P.K.T. MOK. "Analysis of multistage amplifier frequency compensation". *IEEE Transactions on Circuits and Systems-I: Fundamental Theory and Application*, vol. 48(No. 9) :pp. 1041–1056, September 2001.
- [4] G. PALMISANO and G. PALUMBO. "A compensation strategy for two-stage CMOS opamps based on current buffer ". *Proc IEEE International Symposium Circuits and System*, pages pp. 257–262, 1997.
- [5] E. SACKINGER, J. GOETTE, and W. GUGGENBUHL. "A general relationship between amplifier parameters and its application to pssr improvement". *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, vol. 38(No. 10) :pp. 1173–1181, October 1991.
- [6] H.C. YANG and D.J. ALLSTOT. "Consideration for fast settling operational amplifiers". *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, vol. 37(No. 3) :pp. 326–334, Mar. 1990.
- [7] H.C. YANG and D.J. ALLSTOT. "Modified modeling of Miller compensation for two-stage operational amplifier". *Proc IEEE International Symposium Circuits and System*, pages pp. 2557–2560, 1991.