

TME 5 : Représentation des expressions Booléennes : ABL

Les ABL (Abres Binaires Lisp-Like) sont utilisés pour représenter des expressions Booléennes multi-niveaux (c'est à dire des expressions Booléennes préfixées pouvant comporter plusieurs niveaux d'imbrication de parenthésage). Avec cette technique, une expression Booléenne est représentée comme une liste chaînée de bipointeurs. Le premier élément de la liste définit l'opérateur (les 4 opérateurs utilisés sont NOT, OR, AND et XOR). Les éléments suivants de la liste chaînée représentent les opérandes. Chaque opérande peut être :

- soit une variable Booléenne, définie par son nom.
- soit une autre expression Booléenne.

La structure C permettant de représenter une variable Booléenne possède trois champs : Le champs NAME représente le nom de la variable, le champs INDEX définit un numéro, et le champs VALUE représente la valeur logique de la variable. Un variable peut être identifiée soit par son nom, soit par son index, ce qui signifie que toutes les variables doivent avoir des noms et des index différents.

```
typedef struct var_t {
    char          *NAME;
    unsigned int   INDEX;
    unsigned int   VALUE;
} var_t
```

La structure C permettant de représenter un noeud de l'arbre ABL est un bipointeur, défini de la façon suivante :

```
typedef struct bip_t {
    struct bip_t  *NEXT;
    void          *DATA;
} bip_t
```

Dans le cas des arbres ABL, le champs DATA peut contenir soit un pointeur vers un noeud de l'arbre (bip_t *), soit un pointeur vers une variable Booléenne (var_t *), soit un entier définissant le code d'un opérateur Booléen (unsigned int). Par conséquent, un cast est nécessaire chaque fois qu'on veut affecter une valeur ou lire la valeur contenue dans ce champs de la structure.

On suppose qu'on dispose des fonctions suivantes :

```
extern var_t  *cons_var(char *name, unsigned int index, unsigned int value)
```

Cette fonction crée un objet de type var_t, vérifie qu'il n'existe pas de variable portant le même nom ou le même index, initialise les champs NAME, INDEX et VALUE de la structure de donnée, et renvoie un pointeur sur la variable ainsi créée.

```
extern var_t *get_var_index(unsigned int x)
extern var_t *get_var_name(char *s)
```

Les variables sont rangées dans un dictionnaire qui permet de retrouver rapidement une variable. Les deux fonctions ci-dessus renvoient un pointeur vers la variable désignée soit par son nom, soit par son index, et affichent un message d'erreur si la variable n'existe pas.

```
extern bip_t  *cons_bip(bip_t *next, void *data)
```

Cette fonction crée un bipointeur de type bip_t, en affectant la valeur data au champs DATA, et la valeur next au champs NEXT, et renvoie un pointeur sur le bipointeur ainsi créé.

```
extern void free_bip(bip_t *p)
```

Cette fonction permet de libérer la mémoire allouée par la fonction `cons_bip()`.

```
extern bip_t *parse_abl( char *expr)
```

Cette fonction prend en entrée une chaîne de caractères décrivant une expression Booléenne préfixée possédant un nombre quelconque de niveaux de parenthésage. Elle construit en mémoire l'arbre ABL représentant cette expression Booléenne et renvoie un pointeur sur le bipointeur correspondant à la racine. Attention: Cette fonction n'accepte que les expressions Booléennes préfixées. Les seuls opérateurs acceptés sont NOT, OR, AND et XOR. Elle affiche un message d'erreur en cas d'erreur de syntaxe, ou si elle rencontre un nom de variable non déclarée préalablement.

A. Représentation Graphique

Soit l'expression $E0 = (a? . (b + c + d?) . e) + c$

La notation $a?$ signifie NOT(a)

- **A.1:** Re-écrire cette expression sous une forme préfixée, et représentez graphiquement l'arbre ABL correspondant à l'expression $E0$.

Notez que les opérateurs AND, OR et XOR peuvent avoir une arité (c'est à dire un nombre d'opérandes) supérieur à 2. Par exemple $(OR\ a\ b\ c) = a + b + c$.

B. Fonction d'affichage

- **B.1:** Ecrire en langage C la fonction récursive `display_abl()` présentée en cours. cette fonction prend en entrée un pointeur p sur un noeud ABL, et affiche sur le terminal standard l'expression Booléenne représentée par l'arbre ABL dont p est la racine.

```
void display_abl(bip_t *p)
```

- **B.2:** Ecrivez le programme `main()` qui construit en mémoire l'arbre ABL correspondant à l'expression $E0$ de la partie A, en utilisant la fonction `parse_abl()`, puis affiche cette expression sur le terminal standard, au moyen de la fonction `display_abl()`. Compilez ce programme et exécutez-le.

C. Calcul du nombre de littéraux

On cherche maintenant à écrire en langage C la fonction récursive `count_abl()`. cette fonction prend en entrée un pointeur p sur la racine d'un arbre ABL, et renvoie un entier représentant le nombre de littéraux (c'est à dire le nombre de feuilles de l'arbre ABL correspondant à des variables).

```
int count_abl(bip_t *p)
```

- **C.1:** Ecrire la relation de récurrence permettant d'exprimer le nombre de littéraux d'une expression Booléenne, connaissant le nombre de littéraux de chacun de ses opérandes.
- **C.2:** Ecrire le code de la fonction en langage C, et modifier le programme `main()` de la question B pour afficher également le nombre de littéraux de l'expression construite en mémoire.
- **C.3:** Exécutez le programme pour les expressions Booléennes suivantes :

```
E1= (a.b) + (a.c) + (b.c)
E2 = (a.b.c) + (a.b.c?) + (a.b?.c) + (a?.b.c)
```

D. Calcul du support

On appelle support d'une expression Booléenne l'ensemble de toutes les variables qui apparaissent au moins une fois dans cette expression. Pour représenter un ensemble de variables, on utilise également des bipointeurs : Un ensemble est représenté par une liste chaînée de bipointeurs où le champs DATA pointe sur un élément de l'ensemble (ici une variable). Attention : même si on utilise la même structure de donnée bip_t, les bipointeurs utilisés pour représenter des ensembles de variables sont totalement indépendants des bipointeurs utilisés pour représenter des arbres ABL.

On cherche à écrire la fonction `support_abl()`, qui prend en entrée un pointeur `p` sur la racine d'un arbre ABL, et qui renvoie un pointeur sur la liste chaînée des `n` variables constituant son support.

```
bip_t *support_abl(bip_t *p)
```

- **D.1:** Commencer par écrire la fonction `display_varlist()` qui affiche sur le terminal standard la liste des noms des variables contenues dans une liste chaînée de bipointeurs.

```
void display_varlist(bip_t *p)
```

Pour éviter de confondre cet ensemble de noms avec une expression Booléenne, on affichera cette liste entre deux accolades de la façon suivante : { a b c d } Valider cette fonction en construisant explicitement une liste chaînée de variables au moyen des fonctions `cons_bip()` et `consvar()`, et affichez cette liste.

- **D.2:** Ecrire la relation de récurrence qui permet d'exprimer le support d'une expression Booléenne, connaissant le support de chacun de ses opérandes.
- **D.3:** Ecrire la fonction `union_list()` qui effectue l'union de deux ensembles.

```
bip_t *union_list(bip_t *p1, bip_t *p2)
```

cette fonction prend en entrée deux pointeurs sur deux listes chaînées `L1` et `L2`, et renvoie un pointeur sur la liste chaînée représentant l'union des deux listes. Les deux listes `L1` et `L2` ne doivent pas être modifiés par la fonction `union_list()`. Attention: l'union est une opération différente de la simple concaténation, car chaque élément ne doit figurer qu'une seule fois dans la liste. On considère que les deux ensembles `L1` et `L2` qu'on veut réunir respectent cette condition. Valider cette fonction `union_list()` en construisant explicitement deux listes de variables non disjointes. On affichera les deux listes `L1` et `L2`, ainsi que la liste résultant de l'union de `L1` et `L2`.

- **D.4:** Ecrire effectivement la fonction `support_abl()`, en veillant à éviter les « fuites de mémoire ». On parle de fuite de mémoire chaque fois qu'un programme fait de l'allocation dynamique de mémoire sans libérer la mémoire qui n'est plus utilisée. Soyez attentifs à libérer la mémoire allouée par la fonction `cons_bip()` ...
- **D.5:** Intégrez la fonction `support_abl()` dans le programme `main()`, et vérifiez que cette fonction calcule correctement le support des trois expressions `E0`, `E1` et `E2`.

E. Fonction d'évaluation

Pour les plus courageux (ou les plus rapides), on cherche maintenant à écrire une fonction d'évaluation d'une expression Booléenne représentée par un ABL, quand on connaît les valeurs de toutes les variables constituant son support. On ne considère que deux valeurs possibles pour le champs `VALUE` : 0 et 1.

```
unsigned int eval_abl(bip_t *p)
```

- **E.1:** Rappeler les relations de récurrence qui relient la valeur d'une expression Booléenne à la valeur de ses opérandes, en analysant successivement le cas des 4 opérateurs NOT, OR, AND et XOR.

- **E.2:** Ecrire en langage C la fonction récursive `eval_abl()`, et valider cette fonction en l'intégrant dans le programme `main()`.