



Langages synchrones

Jérôme Hugues (ex. ENST)
Emmanuelle Encrenaz-Tiphène

(emmanuelle.encrenaz@lip6.fr)

sept 2018

Master d'Informatique
Spécialité SAR
SPECIF – Langages Synchrones



4. Vérification statique et Compilation

a) Vérifications statiques : Analyse de causalité

b) Compilation en code exécutable

1. Retour sur les systèmes séquentiels
2. Programme « boucle infinie »
3. Programme « Automate »
4. Pb de modularité de la compilation

Master d'Informatique
Spécialité SAR
SPECIF – Langages Synchrones

Analyse statique de programmes

a) Respect de la causalité



Master d'Informatique
Spécialité SAR
SPECIF – Langages Synchrones

- **Objectifs**
 - Cohérence des types de données, initialisation des variables, etc
 - Cohérence des horloges en Lustre
 - Respect de la causalité
 - *Erreur si la valeur d'un flot dépend d'elle-même à l'instant courant*
- **Propriétés fondamentales des programmes synchrones**
 - Réactivité : pour toute entrée, au moins un comportement possible
 - Déterminisme : pour toute entrée, au plus un comportement possible
- **Idéalement : avoir réactivité et déterminisme**
 - Assure progression du système (pas d'état bloqué)
 - Assure reproductibilité, fiabilité, etc.

Exemples de code erroné

- **Non réactivité d'un programme**
 - Lustre: $X = \text{not } X$
 - Pas de solution => doit être rejeté
 - Un tel système ne peut évoluer
- **Non déterminisme**
 - Lustre: $X = X$
 - Plusieurs solutions => doit être rejeté

Construction du graphe de dépendances de données

- **Graphe de dépendance $G = \langle E, VC, VS \rangle$**
 - E : ensemble des variables du nœud, avec leur estampillage temporel
 - $VC \subseteq E \times E : (a,b) \in VC$, noté $a \rightarrow b$ si b est résultat d'un opérateur combinatoire appelé avec a ou si a est renommé en b (par instantiation)
 - $VS \subseteq E \times E : (a,b) \in VS$, noté $a \Rightarrow b$ si b est résultat d'un opérateur séquentiel appelé avec a

- **Exemples : construire les graphes de dépendances associés aux nœuds suivants**

```
node N1 (a,b : bool) returns (s : bool);
var pb : bool;
let
  s = a and pb;
  pb = pre b;
tel

node N2 (x,y : bool) returns (t : bool);
var px : bool;
let
  t = px or y;
  px = pre x;
tel

node main(p,q : bool) returns (v : bool);
var r : bool;
let
  v = N1(r,q);
  r = N2(v,p);
tel
```

Graphe de dépendances

Une Solution Simple

- **Solution :**
 - interdire les boucles d'opérateurs ne comprenant pas au moins un décalage temporel
 - Solution retenue par Lustre
- **Avantage :**
 - critère simple à vérifier par analyse du graphe de dépendances des données.
- **Inconvénient: trop discriminant**
 - Rejette des programmes réactifs et déterministes

```
X = if C then Y else A;
Y = if C then A else X;
```

- **Attention : l'instanciation de deux nœuds sans boucle de causalité peut introduire une boucle de causalité !**

b) Génération de code séquentiel



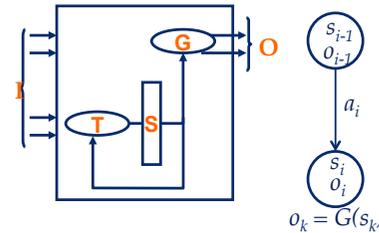
1. Retour sur les systèmes séquentiels
2. (Problème de la compilation séparée)
3. Code en boucle
4. Code automate

Master d'Informatique
Spécialité SAR
SPECIF – Langages Synchrones

Machine de Moore – Machine de Mealy

Machine de Moore $M = \langle S, I, O, T, G, S_0 \rangle$

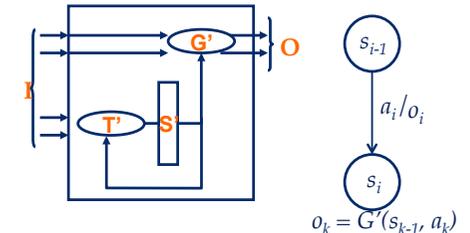
- S = ensemble fini d'états (états de contrôle)
- I = ensemble fini des signaux d'entrée
- O = ensemble fini des signaux de sortie
- T = fonction de transition : $S \times 2^I \rightarrow S$
- G = fonction de génération : $S \rightarrow 2^O$
- S_0 = état initial



Séquence d'entrée : $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$
 Exécution : $(s_0, a_1, s_1), (s_1, a_2, s_2) \dots$
 Séquence de sortie : $G(s_0), G(s_1), \dots, G(s_n), \dots$

Machine de Mealy $M' = \langle S', I, O, T', G', S'_0 \rangle$

- S' = ensemble fini d'états (états de contrôle)
- I = ensemble fini des signaux d'entrée
- O = ensemble fini des signaux de sortie
- T' = fonction de transition : $S' \times 2^I \rightarrow S'$
- G' = fonction de génération : $S' \times 2^I \rightarrow 2^O$
- S'_0 = état initial



Séquence d'entrée : $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$
 Exécution : $(s'_0, a_1, s'_1), (s'_1, a_2, s'_2) \dots$
 Séquence de sortie : $G'(s'_0, i_1), G'(s'_1, i_2), \dots, G'(s'_n, i_{n+1}), \dots$

Equivalence des machines

- Deux machines sont dites équivalentes si pour chaque séquence d'entrée, elles produisent la même séquence de sortie.
- Du point de vue des séquences d'entrées/sorties produites, et sans considération des connexions de la machine avec d'autres machines (ou alors respectant l'hypothèse synchrone) :
 - Pour toute Machine de Moore M , il existe une machine de Mealy M' équivalente
 - Garder les mêmes états et transitions que M , ajouter o_{i+1} sur toutes les transitions entrantes dans l'état s_{i+1}
 - Pour toute Machine de Mealy M' , il existe une Machine de Moore M équivalente
 - Répliquer chaque état de M' en 2^O états de M , chacun associé à une configuration particulière de 2^O .
 - Pour chaque transition $(s, a/o, s')$ de M' , construire $((s, -), a, (s', o))$
 - Tous les états $(s_0, -)$ sont initiaux

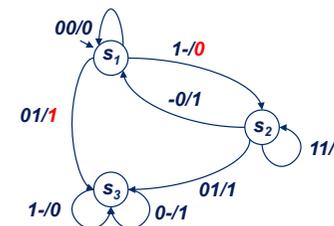
Mealy – Moore

Une machine de Mealy $M' = \langle S', I, O, T', G', S'_0 \rangle$

- $S' = \{s'_1, s'_2, s'_3\}$, $S_0 = \{s_1\}$
- $I = \{i_1, i_2\}$, $O = \{o\}$
- $T' = \langle s'_1, 00 \rangle \rightarrow s'_1, \langle s'_1, 01 \rangle \rightarrow s'_3, \langle s'_1, 1 \rangle \rightarrow s'_2, \langle s'_2, -0 \rangle \rightarrow s'_1, \langle s'_2, 11 \rangle \rightarrow s'_2, \langle s'_2, 01 \rangle \rightarrow s'_3, \langle s'_3, - \rangle \rightarrow s'_3$
- $G' = \langle s'_1, 00 \rangle \rightarrow 0, \langle s'_1, 01 \rangle \rightarrow 1, \langle s'_1, 1 \rangle \rightarrow 0, \langle s'_2, -0 \rangle \rightarrow 1, \langle s'_2, 11 \rangle \rightarrow 0, \langle s'_2, 01 \rangle \rightarrow 1, \langle s'_3, 1 \rangle \rightarrow 0, \langle s'_3, 0 \rangle \rightarrow 1$

Exercices

- Construire une Machine de Mealy reconnaissant les mots binaires composés de suites paires de 0 ou de 1 consécutifs. (La machine produit 1 tant qu'elle n'a pas rencontré de chaîne maximale impaire de 1 ou de 0).
- Construire une Machine de Moore équivalente.



Machine de Mealy interprétée

- La machine interagit avec un espace de données D lors du franchissement de transitions.
 - D : un ensemble de variables typées; v une valuation sur D (une fonction associant à chaque variable une valeur de son type), Val l'ensemble des valuations sur D
 - Garde** (expression booléenne g) : transition franchissable si l'évaluation de g pour les valeurs des variables de l'espace de donnée renvoie VRAI.
 - Action** (affectations a) : franchissement de la transition produit un calcul dont le résultat est stocké dans les variables de D , par affectation.
 - Une commande gardée : un couple $(g,a) : (Val \rightarrow B) \times (Val \rightarrow Val)$
 - GA l'ensemble des commandes gardées sur D
- Machine de Mealy interprétée sur $D : \langle I, O, L, K, I_0 \rangle$
 - I, O, L : ensemble fini des variables d'entrées / sorties, de points de contrôle (locations)
 - K : ensemble fini de transitions ($L \times 2^I \times GA \times 2^O \times L$)
 - I_0 : location initiale

Machine de Mealy interprétée

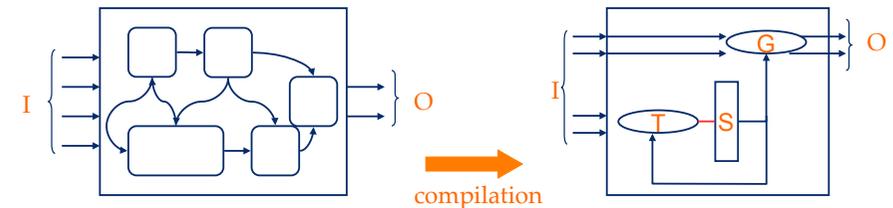
- Exemple : Machine de Mealy interprétée reconnaissant les mots binaires composés de chaînes maximales paires de 0 ou de 1 consécutifs.**
- i = nouvelle lettre du mot binaire
- o = sortie (1 tant que le mot lu ne contient pas de chaîne complète impaire de 0 ou 1 consécutifs)
- $D = \{\text{lettre_prec}\}$ lettre lue sur la réaction précédente

Automate associé

- On peut associer une machine de Mealy (sans espace de données) à une machine interprétée
- $MI = \langle I, O, L, K, I_0 \rangle$, on construit $MM = \langle S, I, O, T, G, s_0 \rangle$
 - $S \subseteq L \times Val$
 - $T \subseteq S \times 2^I \times S$ tq : si $(l, i, (g, a), o, l') \in K$, alors $((l, v), i, (l', v')) \in T$ avec $g(v) = \text{TRUE}$, $a(v) = v'$
 - $s_0 = (I_0, v_0)$
- Dépliage : incorporation de variables dans les locations**
- Le dépliage peut être partiel (seules certaines variables de D sont incorporées dans les états de la Machine dépliée)**
- Le repliage complet produit un automate interprété à une seule location (code en boucle)**

Compilation en code C exécutable

La description Lustre est transcrite en un programme exécutable (C)



Description réactive parallèle

Description séquentielle (machine de Mealy interprétée)

Difficultés :

- 1- Trouver un ordonnancement global des calculs représentant les définitions de flots
- 2- Identifier les variables du programme séquentiel
- 3- Compromis temps d'exécution des réactions, place du code en mémoire

Structure du programme séquentiel

Code en boucle

```
var I, O, S;
proc P_step() ... ;      // traitement :
                        // évaluation de toutes les équations
                        // modification de S

S := S0;                // initialisation

foreach step do // boucle infinie
  read(I);
  P_step();
  write(O);
end foreach
```

Exemple

```
node compter (tick, top: bool) returns (cpt:int);
var i : int;
let
  cpt = 0 -> if pre top then i
             else if tick then pre cpt + 1 else pre cpt;
  i = if tick then 1 else 0;
tel;
```

Après identification de la mémoire, devient

```
cpt = if init then 0
      else if ptop then i
      else if tick then pcpt + 1
      else pcpt;
i = if tick then 1 else 0
ptop = pre top;
pcpt = pre cpt;
init = true -> false;
```

Génération de code en boucle

- Expansion des noeuds du programme
 - Applatissage de la hiérarchie : 1 système d'équations concurrentes
- Identification des variables du code produit
 - Entrées, Sorties,
 - pre (exp), ->
 - points de coupure du graphe de dépendance des variables
 - Éléments mémorisants
- Ordonnement des équations du système
 - code sans boucle (coupées par pre)
 - Résolution des équations fournit un ordonnancement possible
 - Substitution des variables $x = f(y); y = g(z);$ remplacé par $x = f(g(z))$
- Affectations
 - Les définitions « = » deviennent des affectations « := »
 - $x = pre(0 \rightarrow x) + 1;$ devient $x = 0; x = x + 1;$
 - Les alternatives if then else sont traduites par l'opérateur triadique ? :

Génération du code C

```
/* initialisations */
init = true;
while (1) {
  /* lecture des entrées */
  /* affectation de tick et top */

  i = tick ? 1 : 0;
  cpt = init ? 0
           : ptop ? i
           : tick ? pcpt + 1
           : pcpt;
  /* modification de l'état */
  ptop = top;
  init = false;
  pcpt = cpt;

  /* écriture des sorties */
  /* affichage de cpt */
}
```

BOUCLE EVALUATION

Optimisation des tests

P_STEP

pcpt est inutile

Exercice

```
node n1 (a,b : bool) return (s1,s2: bool);
let
  s1 = 0 -> a and pre b;
  s2 = 1 -> not pre s2;
tel
```

Construire la machine de Mealy interprétée (code en boucle)
associée à n1.

Transcription en C

- a et b sont des variables d'entrée
- pb, ps2 et init sont des variables internes
- s1 et s2 sont des variables de sortie

```
/* initialisation */
```

```
/* lecture des valeurs courantes de a et b */
```

```
/* réaction */
```

```
/* écriture des valeurs courantes de s1 et s2 */
```

Construction de l'automate implicite (code en boucle généré par Lustre)

- Identification des éléments mémorisant du programme
- Réécriture en explicitant ces éléments mémorisants + ordonnancement des équations + état initial

Analyse

- Code en boucle
 - Pas de structure : Évaluation systématique de l'intégralité du code à chaque itération
→ code lent
 - Machine de Mealy interprétée : toutes les variables entrées, internes et de sorties sont dans l'espace de données externe, les configuration d'entrées et de sortie sont copiées sur les parties garde/sortie des transitions
- Améliorations
 - Réduction de la mémoire
 - x et pre x sont partagées si toutes les équations lisant pre x peuvent être schedulées avant x ...
 - $x = \text{pre } x + 1 \rightarrow x := x + 1$
 - Définitions équivalentes :
 - $x = 1 \rightarrow \text{pre } x + 1 ; y = 1 \rightarrow \text{pre } y + 1 \rightarrow x = 1 \rightarrow \text{pre } x + 1 ; y = x ;$
 - Amélioration de la structure du code
 - Détection de portion de code exécutables uniquement à l'initialisation ou sur conditions bien identifiées (horloge particulière)

Code en automate pour Lustre

- **But** : Produire un code qui n'évalue à chaque instant que la partie pertinente pour chaque variable : code exécuté dépend de l'état courant du système : compilation en automate
- **Etat de l'automate**
Choix des variables (généralement celles mémorisées: sous la portée d'un pre)
Dépliage du code selon les valeurs des variables

Exemple : exemple du nœud `compter` avec dépliage selon `init` et `ptop`

```
État initial S1 = [true/init] // ptop est à nil
i = tick ? 1 : 0; cpt = 0; devient cpt = 0;
Choix du prochain état: if (top) state = S2; else state = S3;
```

```
État S2 = [false/init, true/ptop]
i = tick ? 1 : 0; cpt = i; if (top) state = S2; else state = S3;
```

```
État S3 = [false/init, false/ptop]
i = tick ? 1 : 0; cpt = tick ? cpt + 1 : cpt; if (top) state = S2; else state = S3;
```

Retour sur le nœud n1

```
node n1 (a,b : bool) returns (s1,s2: bool);
let
  s1 = 0 -> a and pre b;
  s2 = 1 -> not pre s2;
tel
```

```
/* réaction */
s1 = if (init) 0 else (a && pb);
s2 = if (init) 1 else (! ps2);
pb = b;
ps2 = s2;
init = 0;
```

Nœud compter déplié

```
read (tick, top);

switch (state) {

case S1: cpt = 0;
        if (top) state = S2; else state = S2; break;

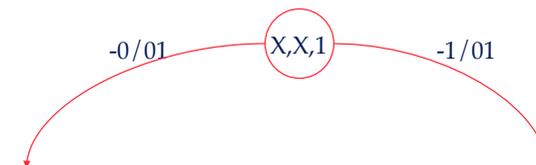
case S2: i = tick ? 1 : 0;
        cpt = i;
        if (top) state = S2; else state = S3; break;

case S3: i = tick ? 1 : 0;
        cpt = tick ? cpt + 1 : cpt;
        if (top) state = S2; else state = S3;
        break;

}

write (cpt);
```

- Dépliage de l'automate du nœud n1 selon `pb`, `ps2`, `init`



Analyse

- **Le code généré est de meilleur qualité, mais plus gros**
 - Code plat = l'automate représente le produit des composants synchrones qu'il contient
 - Les états de l'automate sont représentés explicitement – énumérés –
 - L'automate est en général non minimal
- **Les assertions sont prises en compte lors de la compilation pour supprimer certains états non accessibles**
 - (clauses `assert`)
- **Problèmes**
 - Choix des variables de dépliage : pre
 - Représentation efficace des fonctions booléennes
 - Explosion combinatoire
- **Solutions (cf. cours verif)**
 - Représenter le programme par des BDD (binary decision diagrams)
 - Minimisation d'automate
 - Compilation dirigée par la demande

Problème de la compilation séparée (2)

Exemple [Gonthier 85]

```
node two_copies(a,b : int) returns (x,y : int);  
let x = a; y = b tel
```

```
Node loop(t : int) returns (z : int);  
var y : int;  
let (y,z) = two_copies(t,y) tel
```



Problème de la compilation séparée

- **Compilation séparée :**
 - Compiler indépendamment chaque nœud (ou module)
 - Les composer (concurrence / instanciation)
- **Réactivité : simultanéité de la source et de l'effet**
 - Ordonner les évaluations des g_i, t_i pour représenter g, t (programme causal)
- **Séquentialisation du parallélisme**
 - Le choix d'une séquentialisation *particulière* peut être incompatible avec le contexte dans lequel le nœud est appelé (une autre séquentialisation aurait pu convenir ...)

Problème de la compilation séparée (3)

- **Deux séquentialisations possibles pour `two_copies` :**
Les deux définitions sont indépendantes; elles peuvent être exécutées dans n'importe quel ordre :
 1. $x := a; y := b;$
 2. $y := b; x := a;$
- **L'appel $(y, z) = two_copies(t, y)$ induit un ordre d'évaluation des deux définitions. Ceci implique que seule la séquentialisation 1. est correcte pour ce contexte d'appel.**
- **Un autre appel (par ex. $(z, y) = two_copies(y, t)$) peut nécessiter l'évaluation selon la séquentialisation 2.**
- On ne peut pas *a priori* générer une seule séquentialisation pour un nœud sans hypothèses sur le contexte d'appel
- Dans *Scade*, la compilation séparée est possible mais les signaux connectant les modules traversent nécessairement au moins un opérateur de délai.

d) Génération de circuit



Lustre et Esterel

Master d'Informatique
Spécialité SAR
SPECIF – Langages Synchrones

Compilation de Lustre

La description Lustre expansé / code en boucle est naturellement une description flot de données adaptée pour ASIC :

- Les types `int`, produit, tableaux sont convertis en vecteurs de bits
- Les opérations associées sont transposées sur vecteurs de bits

- Interface du nœud → interface du composant
- Expression dans `pre` et valeurs initiales (mémoire) → registre
- Expression de chaque sortie → un réseau d'opérations logiques (dépendant des entrées primaires et des registres) :
 - pour chaque opérateur Lustre,
 - associer le circuit opérateur correspondant.
 - opérandes de l'opérateur → entrées
 - Expression → sortie
 - Composition de fonction → séquentialisation ($f(g(x,y))$) transcrit en

- Partage de calcul est le même que celui exprimé dans la description Lustre



Deux types de circuits cible

- **ASIC (Application Specif Integrated Circuit) numériques : circuit ad-hoc**
 - **Parties combinatoires** : réseaux de portes logiques (et, ou, non) sans boucles interconnectés par des signaux (équipotentielles)
 - **Parties séquentielles** : registres cadencés par une horloge globale, échantillonnant (sur condition d'écriture) la valeur de certains signaux
 - *Circuit rapide, faible surface, faible consommation*
 - *Coût de conception élevé, pas de reprise possible*
 - outils de synthèse pour blocs combinatoires / FSM (Moore, Mealy), placement, routage, estimations
 - Coût de la fabrication du circuit devient *prohibitif*

- **FPGA Field Programmable Gate Array) : circuit configurable par programmation**
 - **Parties combinatoires** : blocs fonctionnels programmables à n entrées et p sorties.
 - **Parties séquentielles** : bancs de registres
 - **Connexions** : réseau configurable entre les entrées/sorties des blocs fonctionnels et des bancs de registres

- **Programmation**
 - Découper les fonctions à implanter en composition de fonctions implantables sur les blocs fonctionnels
 - Mémoriser la table de vérité de chaque bloc fonctionnel
 - Configurer le réseau d'interconnexion

- *Circuit assez lent, grande taille, consommation élevée*
- *Adapté au prototypage d'applications, reconfigurations possibles*

Compilation en circuit

- Proposez une implantation en circuit du nœud Lustre `n1`.