

EXAMEN: Traitement du Signal

Cours: H. Aboushady S. Baey et Y. Bonnassieux

Responsable: Prof. Habib Mehrez

19 décembre 2007

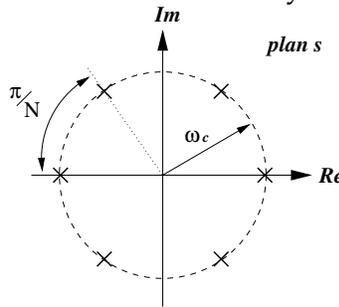
- Durée 2h00.
- Document autorisé: 1 feuille A4.
- Résoudre la PARTIE I (H. Aboushady) sur une feuille séparée.
- Résoudre la PARTIE II (S. Baey) sur une feuille séparée.
- Résoudre la PARTIE III (Y. Bonnassieux) sur une feuille séparée.

PARTIE I

Une fonction de Butterworth d'ordre N est définie par l'expression:

$$|H(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + (\frac{\omega}{\omega_c})^{2N}}$$

$|H(j\omega)|^2$ a $2N$ pôles distribués sur un cercle de rayon ω_c espacés de π/N radians.



En considérant uniquement les N pôles qui sont à gauche de l'axe imaginaire, la fonction de transfert d'un filtre butterworth peut être exprimer par:

$$H(s) = \frac{\omega_c^N}{(s - p_1)(s - p_2)\dots(s - p_N)}$$

- (I.1) Calculez la fonction de transfert d'un filtre temps-continu, $H(s)$, pour les spécifications suivantes: $\omega_p = 0.2\pi$, $\omega_s = 0.8\pi$, $R_p = 7\text{dB}$ et $A_s = 16\text{dB}$.
- (I.1) Tracez la position des pôles et des zéros de $H(s)$ dans le plan s .
- (I.2) Tracez approximativement: $|H(j\omega)|$ pour $0 \leq \omega \leq 2\pi$.
- (I.3) Proposez une réalisation matérielle de $H(s)$.
- (I.4) En utilisant la transformation bilinéaire, calculez la fonction de transfert d'un filtre temps-discret, $H(z)$, pour les spécifications suivantes: $\Omega_p = 0.2\pi$, $\Omega_s = 0.8\pi$, $R_p = 7\text{dB}$ et $A_s = 16\text{dB}$.
- (I.5) Tracez la position des pôles et des zéros de $H(z)$ dans le plan z . Commentez sur la stabilité du filtre.

- (I.6) Tracez approximativement: $|H(e^{j\Omega})|$ pour $0 \leq \Omega \leq 2\pi$.
- (I.7) Proposez une réalisation matérielle de $H(z)$.
- (I.8) Trouvez la fonction de transfert d'un nouveau filtre, $H_x(z)$, en remplaçant, dans $H(z)$, chaque z^{-1} par $-z^{-2}$.
- (I.9) Tracez la position des pôles et des zéros de $H_x(z)$ dans le plan z . Commentez sur la stabilité du filtre.
- (I.10) Quel type de filtre est réalisé par la fonction de transfert $H_x(z)$? Est-ce un filtre passe-bas, passe-bande, passe-haut ou réjecteur?
- (I.11) Tracez approximativement: $|H_x(e^{j\Omega})|$ pour $0 \leq \Omega \leq 2\pi$.
- (I.12) Proposez une réalisation matérielle de $H_x(z)$.

NB: Quelques relations utiles:

- La transformation bilinéaire: $H(z) = H(s) \Big|_{s \rightarrow \frac{2}{T} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}}$
- L'ordre d'un filtre Butterworth: $N = \frac{\log[(10^{Rp/10}-1)/(10^{As/10}-1)]}{2\log(\frac{\omega_p}{\omega_s})}$
- $\omega_c = \frac{\omega_{cp} + \omega_{cs}}{2}$ où $\omega_{cp} = \frac{1}{(10^{Rp/10}-1)^{1/2N}}$ et $\omega_{cs} = \frac{1}{(10^{As/10}-1)^{1/2N}}$.